

# 基于资源块星座图的稀疏码多址接入码本设计

邵小桃, 郭鸣坤, 杨维

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘 要:** 针对基于多维母星座图的典型稀疏码多址接入 (SCMA, sparse code multiple access) 码本设计方法存在设计复杂度高和资源块上星座点之间的最小欧氏距离难以确定的问题, 提出了一种基于资源块星座图的 SCMA 码本设计方法。所提方法通过将多维母星座图的设计转化为二维资源块星座图的设计, 降低了星座图的设计复杂度; 从资源块星座图出发的码本设计方法能最大化资源块上星座点之间的最小欧氏距离, 较之由多维母星座图得到用户码本的设计方法性能更好。仿真结果表明, 基于资源块星座图的 SCMA 码本设计方法相较基于多维母星座图的典型码本设计方法, 系统的误比特率 (BER, bit error rate) 性能有较显著的改善。

**关键词:** 稀疏码多址接入; 码本设计; 多维母星座图; 资源块星座图

**中图分类号:** TN914.5

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2018154

## SCMA codebook design based on resource block constellation

SHAO Xiaotao, GUO Mingkun, YANG Wei

School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

**Abstract:** Aiming at the problems of typical sparse code multiple access codebook design scheme based on multidimensional mother constellation that the complexity is high and the minimum Euclidean distance between constellation points on resource blocks is difficult to determine, a SCMA codebook design scheme based on resource block constellation was proposed. By converting the design of multidimensional mother constellation into the design of two-dimensional resource block constellation, the design complexity of constellation was reduced. And the codebook design scheme starting from resource block constellation could maximize the minimum Euclidean distance between constellation points on resource blocks, which was better than the design method in which user codebooks were obtained from multi-dimensional mother constellation. Simulation results show that the proposed SCMA codebook design scheme based on resource block constellation can significantly improve the BER performance of system compared with the typical codebook design scheme based on multidimensional mother constellation.

**Key words:** sparse code multiple access, codebook design, multidimensional mother constellation, resource block constellation

### 1 引言

5G 移动通信网络目前得到了全球企业、研究院所和高校的广泛关注和大量研究<sup>[1]</sup>。针对 5G 提出的海量连接和高频谱效率等需求, 传统正交多址

接入技术因其接入量受限而不能满足要求, 一种新型的非正交多址接入 (NOMA, non-orthogonal multiple access) 技术应运而生<sup>[2]</sup>。SCMA 作为一种码域非正交多址接入技术<sup>[3]</sup>, 能为远多于资源块数目的用户提供服务。SCMA 由低密度扩频 (LDS, low

收稿日期: 2018-06-06; 修回日期: 2018-08-04

通信作者: 郭鸣坤, gmk315@bjtu.edu.cn

基金项目: 国家重点研发计划基金资助项目 (No.2016YFC0801800); 国家自然科学基金资助项目 (No.51474015)

**Foundation Items:** The National Key Research and Development Program of China (No.2016YFC0801800), The National Natural Science Foundation of China (No.51474015)

density signature) 序列技术<sup>[4-6]</sup>发展而来。通过将星座符号调制和低密度序列扩频合二为一, SCMA 把二进制输入比特直接映射为用户码本中的稀疏码字, 获得了多维星座的成形增益, 进而性能较 LDS 更优<sup>[7]</sup>。

SCMA 要正式成为 5G 选用的空口技术有 2 个关键技术亟需解决, 即性能优异的稀疏码本设计与高效的多用户检测<sup>[8]</sup>。SCMA 多用户检测已有许多优异的解决方案, 因此本文的侧重点是码本设计。因为 SCMA 通过用户码本中的稀疏码字传递信息, 所以码本设计的核心内容就是得到能够有效区分各用户及其信息的码本和码字。由于每个用户的码本都不相同, 如果分别为每个用户都设计码本将极其复杂。为此, 文献[9]提出了一种分步设计思想, 即将码本设计归结为分步骤设计多维母星座图、星座运算和映射矩阵, 通过三者之间的运算便得到各用户的码本。文献[9]的码本设计首先通过对具有良好欧氏距离的基准星座图分别进行旋转和笛卡尔乘积运算得到多维母星座图, 然后对此母星座图进行取共轭、维度置换或相位旋转等星座运算得到各用户的星座图, 最后经稀疏映射便得到各用户的码本。文献[9]的多维母星座图通过笛卡尔积获得, 这种多维星座设计方法实现复杂度高且难以推广到更高维度。不同于文献[9], 文献[10]提出了一种可以方便地构造不同参数的用户码本的方法, 从而避免了文献[9]的设计难点。文献[10]选取正交振幅调制(QAM, quadrature amplitude modulation)星座图的某一子集作为母星座图的第一维, 对其进行旋转和交织, 从而得到母星座图的其他维, 然后对母星座图进行相位旋转和稀疏映射便得到用户码本。该方法虽然设计过程简单, 但最后叠加在资源块上的星座点之间的欧氏距离较小, 从而降低了系统性能。文献[11]以一种星形 QAM 星座图作为母星座图, 对其进行维度置换和相位旋转而得到用户码本, 但没有具体说明相位旋转角度。以上方法都是首先得到多维母星座图, 然后设计星座运算, 从而得到用户码本。

本文提出了一种从资源块星座图到用户码本的设计方法。首先设计一种最小欧氏距离经最大化后的资源块星座图, 得到该资源块星座图下子星座图对应的星座向量; 然后按照指定的映射关系得到一种生成矩阵, 子星座图的星座向量通过该生成矩阵与用户码本建立联系; 最后通过生成矩阵且经过

码字距离优化操作, 得到用户码本。文献[12]说明了星座运算对 SCMA 码本设计的重要性, 而且提到当综合考虑母星座图和星座运算的影响时, 将获得性能更好的用户码本。相较分别设计多维母星座图和星座运算的方法, 本文把对母星座图和星座运算的设计转化为对资源块星座图的设计, 达到了与综合考虑母星座图和星座运算影响时一样的效果, 进一步提升了 SCMA 码本的性能。不仅如此, 这一转化使多维母星座图的设计问题变成了二维资源块星座图的设计问题, 进一步降低了星座图设计的难度。在接收端使用消息传递算法(MPA, message passing algorithm)<sup>[13-15]</sup>进行多用户检测, 从而得到各用户的信息<sup>[7]</sup>。

## 2 SCMA 系统介绍

### 2.1 SCMA 系统模型

本文采用的是 SCMA 上行链路模型, 即共享  $K$  个正交资源块的  $J$  个用户与同一基站通信。过载因子定义为  $\lambda = \frac{J}{K}$  ( $J > K$ )。当  $J = 6$ 、 $K = 4$  时, SCMA 上行链路通信系统简化模型如图 1 所示。

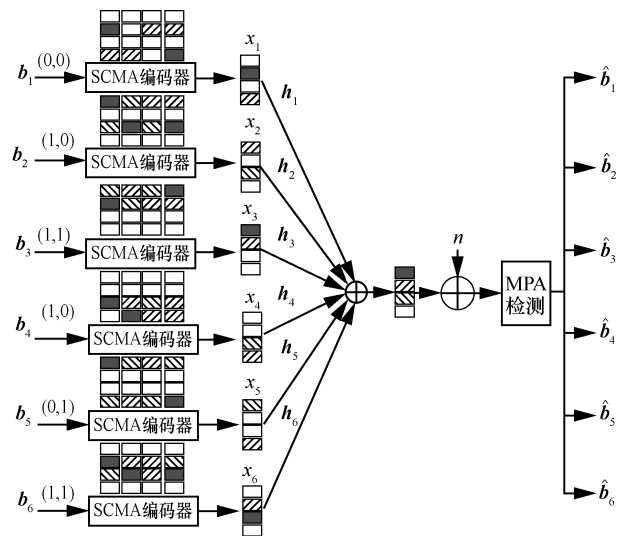


图 1 SCMA 上行链路通信系统简化模型

SCMA 编码过程定义为一种由用户  $j$  的比特数据  $b_j = [b_{1,j}, b_{2,j}, \dots, b_{l_{bM},j}]^T$  到用户  $j$  的对应码本  $\mathcal{X}_j$  中预定义的  $K$  维复数码字  $x_j$  的映射, 即  $x_j = f(b_j)$ ,  $f: \mathbb{B}^{l_{bM}} \rightarrow \mathcal{X}_j$ , 其中,  $\mathcal{X}_j \subset \mathbb{C}^K$ , 码本的基数  $|\mathcal{X}_j| = M, \forall j$ 。  $K$  维码字  $x_j$  是包含  $N < K$  个非 0 元的稀疏向量。

在 SCMA 系统中,  $J$  个用户对  $K$  个资源块的占用情况用因子图矩阵  $\mathbf{F}$  表示。因子图矩阵  $\mathbf{F} \in \mathbb{B}^{K \times J}$ , 有  $K$  行和  $J$  列, 分别对应  $K$  个正交资源块和  $J$  个用户, 且仅包含 0 和 1 这 2 种元素, 其中,  $\mathbf{F}_{k,j}$  表示因子图矩阵  $\mathbf{F}$  第  $k$  行、第  $j$  列的元素。当且仅当  $\mathbf{F}_{k,j} = 1$  时, 用户  $j$  占用资源块  $k$  并在资源块  $k$  上传数值为  $x_{k,j}$  的信号; 当  $\mathbf{F}_{k,j} = 0$  时, 用户  $j$  不占用资源块  $k$  且  $x_{k,j} = 0$ 。其中,  $x_{k,j}$  为用户  $j$  的码字  $\mathbf{x}_j$  的第  $k$  个元素。一种  $J = 6, K = 4, N = 2$  时的因子图矩阵  $\mathbf{F}$  如图 2 所示。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

图 2 SCMA 系统因子图矩阵

如图 2 所示, 由矩阵  $\mathbf{F}$  的第一列可知, 用户 1 仅在资源块 2 及资源块 4 上传输信号。由矩阵  $\mathbf{F}$  的第一行可知, 资源块 1 上的传输信号仅来自用户 2、用户 3 和用户 5。特别地, 如果每个用户占用的资源块数相同且每个资源块承载的用户数也相同, 分别记为  $d_v$  和  $d_f$ , 则称这样的因子图矩阵  $\mathbf{F}$  是正规的。

在基站处, 经时间同步后的接收信号是  $K$  个正交资源块上所有用户信号的叠加, 可以表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{j=1}^J \text{diag}(\mathbf{h}_j) \mathbf{x}_j + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}_j = [x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{K,j}]^T$  是用户  $j$  的发送码字,  $\mathbf{h}_j = [h_{1,j}, h_{2,j}, \dots, h_{K,j}]^T$  是用户  $j$  的信道向量,  $\mathbf{n}$  是高斯白噪声且  $\mathbf{n} \sim N(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_K)$ ,  $\sigma_n^2$  是噪声的平均功率。

给定接收信号  $\mathbf{y}$ , 且假设基站已知信道矩阵  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_J]$  和各用户的码本, 则最终可在接收端通过消息传递算法获得对各用户信息的一种估计。

### 2.2 SCMA 星座图

SCMA 码本设计的核心内容是得到用户  $j$  对应的码本  $\mathbf{B}_j \in \mathbb{C}^{K \times M}, j = 1, 2, \dots, J$ , 其中, 码本  $\mathbf{B}_j$  包含  $M$  个  $K$  维码字。定义  $\mathbf{c}_j$  为  $N$  维复数星座集  $\mathcal{C}_j \subset \mathbb{C}^N$  内的星座点, 将用户  $j$  的数据比特  $\mathbf{b}_j$  映射为星座点  $\mathbf{c}_j$ , 即  $\mathbf{c}_j = g_j(\mathbf{b}_j), g_j: \mathbb{B}^{\text{lb}M} \rightarrow \mathcal{C}_j$ ; 通过映射矩阵  $\mathbf{V}_j$ , 将  $N$  维复数星座点  $\mathbf{c}_j$  映射为  $K$  维稀疏码字  $\mathbf{x}_j$ , 就实现了用户  $j$  的数据比特  $\mathbf{b}_j$  到用户码字

$\mathbf{x}_j$  的映射, 即  $\mathbf{x}_j = f(\mathbf{b}_j)$ 。因此, SCMA 编码过程可另写为  $f \equiv \mathbf{V}_j g_j$  [7]。映射矩阵  $\mathbf{V}_j \in \mathbb{B}^{K \times N}$  与因子图矩阵  $\mathbf{F}$  的关系为  $\mathbf{f}_j = \text{diag}(\mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^T)$ , 其中,  $\mathbf{f}_j$  是因子图矩阵  $\mathbf{F}$  的第  $j$  列。

给定用户  $j$  对应的  $N$  维复数星座集  $\mathcal{C}_j$ , 就能得到用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j$ 。随着用户数  $J$  的增加, 获得  $J$  个不同的  $N$  维复数星座集将有极高的复杂度。为了简化设计, 可仅选取一个  $N$  维复数星座集  $\mathcal{C}$ , 然后对其加以针对用户  $j$  的星座运算  $\Delta_j$ , 就能得到用户  $j$  对应的  $N$  维复数星座集  $\mathcal{C}_j$ 。本文中, 星座集  $\mathcal{C}$  称为母星座图, 而星座集  $\mathcal{C}_j$  称为用户星座图。这种由多维母星座图得到各用户星座图, 进而得到各用户码本的方法被称为基于多维母星座图的码本设计方法。以图 2 所示的因子图矩阵  $\mathbf{F}$  为例, 图 3 展示了按照基于多维母星座图的码本设计方法得到用户 2、用户 3 和用户 5 码本的全过程。

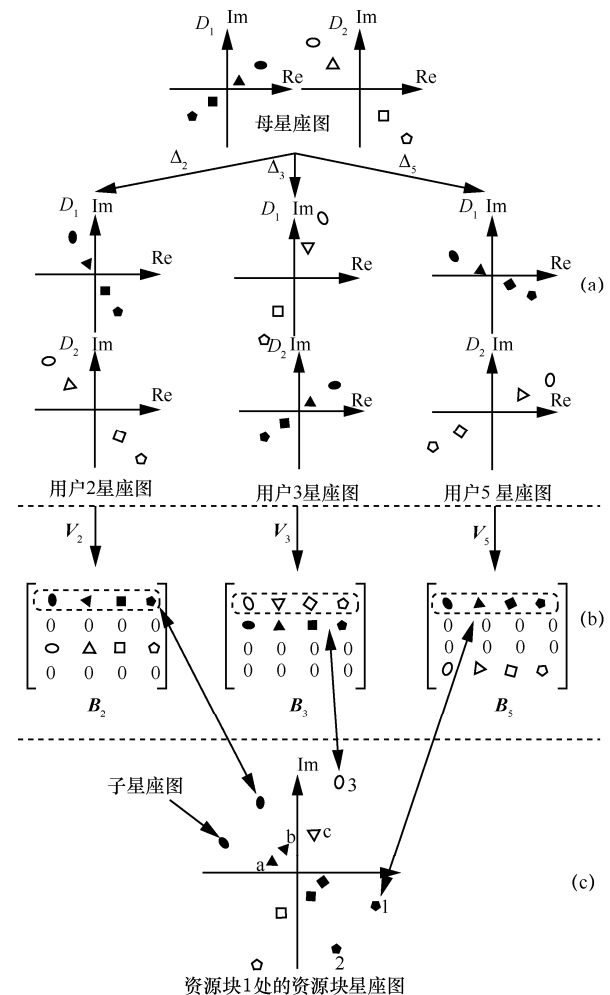


图 3 基于多维母星座图的码本设计方法原理示意

图 3 中, 码字个数  $M = 4$ , 占用每个资源块的用户数  $d_f = 3$ , 复平面  $D_i (i = 1, 2)$  表示多维复数星座图的第  $i$  个维度。如图 3(a) 所示, 二维复数母星座图  $C$  经过星座运算  $\Delta_j (j = 2, 3, 5)$  ( $\Delta_2$  和  $\Delta_5$  为相位旋转,  $\Delta_3$  为相位旋转和维度置换) 得到用户星座图  $C_2$ 、 $C_3$  和  $C_5$ ; 用户星座图  $C_2$ 、 $C_3$  和  $C_5$  经各自映射矩阵  $V_j \in \mathbb{B}^{4 \times 2} (j = 2, 3, 5)$  映射为各包含 4 个码字的用户码本  $B_2$ 、 $B_3$  和  $B_5$ , 如图 3(b) 所示。

如图 3 所示, 基于多维母星座图的码本设计实际上就是  $N$  维母星座图  $C$  各维度上的坐标向量  $C^{(i)} (i = 1, 2, \dots, N)$  进行相位旋转和重新分配的过程。例如, 码本  $B_2$  的第一行和第三行就是坐标向量  $C^{(1)}$  和  $C^{(2)}$  经过相位旋转的结果。结合因子图矩阵  $F$ , 用户 2、用户 3 和用户 5 都占用资源块 1, 因此经相位旋转的坐标向量  $C^{(i)} (i = 1, 2)$  将叠加在资源块 1 上, 称经过相位旋转的坐标向量  $C^{(i)}$  所表示的点集为子星座图, 而称这些子星座图的叠加结果为资源块星座图。如图 3(c) 所示, 这是资源块 1 上资源块星座图的形状。

事实上, 由图 3(b) 和图 3(c) 可知, 当给定每个资源块星座图上的子星座图时, 结合一定的映射关系, 同样也能得到用户码本。这就是本文提出的基于资源块星座图的码本设计方法的构思。基于资源块星座图的码本设计方法有两点好处。1) 在基于多维母星座图的码本设计方法中, 多维母星座图的设计可以归结为一种非凸的带有二次约束的二次规划问题, 而这类问题通常较难求解<sup>[16]</sup>。当母星座图的维数  $N$  增大时, 多维母星座图的设计复杂度将进一步增大。资源块星座图是一种二维星座图, 其维度不随维数  $N$  变化, 因此它的设计难度较前者更低, 而且维数  $N$  越大设计难度差异越显著。2) 为使接收端 MPA 算法有好的译码效果, 就要求各用户在同一资源块上的发送信号尽可能不同。这一要求等价于资源块星座图星座点之间要有大的最小欧氏距离。如果直接设计资源块星座图, 则很容易实现这一目标。如果分别设计多维母星座图和星座运算, 则难以保证资源块上星座点之间的欧氏距离。因此, 基于资源块星座图的码本设计方法更具优势。

### 3 SCMA 码本设计

基于上述构思, 本文提出的码本设计方法包含以下步骤: 首先设计一种星座点间最小欧氏距离经

最大化之后的资源块星座图, 得到该资源块星座图下子星座图的星座向量; 然后按照一定的映射关系得到一种生成矩阵, 以使子星座图的星座向量与用户码本建立联系; 最后通过生成矩阵且经过码字距离优化操作, 得到用户码本。

#### 3.1 资源块星座图的设计

由 2.2 节可知, 如需 MPA 算法有好的译码效果, 则要求资源块星座图星座点之间有大的最小欧氏距离。为了简化设计, 本文的子星座图采用星座点对称分布的多进制脉冲幅度调制 (M-PAM, multiple pulse amplitude modulation) 星座图。因为资源块星座图是不同子星座图的叠加, 而本文中子星座图采用固定形状的 M-PAM 星座图, 所以资源块星座图星座点之间的欧氏距离可以转化为不同子星座图星座点之间的欧氏距离。

以图 3(c) 所示的资源块星座图为例。因为所有子星座图的中心点都在坐标原点, 所以欧式距离最小的星座点位于星座图最内侧, 比如星座点 a、b、c。对于对应位置星座点只有相位差异的子星座图, 比如子星座图 1 和 2, 当它们之间的相位角最大时, 星座点 a 和 b 有最大的欧氏距离; 对于对应位置星座点在相位和幅值上都有差异的子星座图, 比如子星座图 2 和 3, 需要合理安排如星座点 b 和 c 等最内侧星座点的位置来最大化它们之间的欧氏距离。其中, 对应位置是指距离坐标原点先后次序相同的位置。

由于每个子星座图都包含  $M$  个星座点, 而每个资源块星座图都是占用该资源块的  $d_f$  个用户对应的子星座图的叠加, 因此每个资源块星座图都包含  $d_f \times M$  个星座点。当资源块数  $K$  较大时, 分别设计  $K$  个各包含  $d_f \times M$  个星座点的资源块星座图将具有较高的复杂度。为了降低设计难度, 本文中所有资源块上的资源块星座图都相同, 即仅设计一个资源块星座图。综上, 资源块星座图的设计需要满足 2 个条件: 1) 最大化不同子星座图上最内侧星座点之间的欧氏距离; 2) 包含  $d_f$  个各有  $M$  个星座点的子星座图。

为了比较不同星座图的性能, 定义星座图的归一化最小欧氏距离  $\delta = \frac{d_{\min}}{\sqrt{E_{\text{avg}}}}$ , 归一化最小欧氏距离  $\delta$  越大, 代表星座图的性能越好。  $d_{\min}$  是星座图上星座点间的最小欧氏距离,  $E_{\text{avg}}$  是星座图各星座

点的平均能量，可分别表示为

$$d_{\min} = \min \|c_i - c_j\|, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, M$$

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|c_i\|^2 \quad (2)$$

其中， $c_i$ 、 $c_j$  是规模为  $M$  的星座图上星座点的坐标向量。

定义星座矩阵  $S = [s_1, s_2, \dots, s_{d_f}] \in \mathbb{C}^{M \times d_f}$  对应资源块星座图，星座向量  $s_l \in \mathbb{C}^{M \times 1} (l=1, 2, \dots, d_f)$  对应子星座图，星座矩阵（向量）中的元素对应星座图上星座点在复平面上的值。按照前述资源块星座图的设计条件，资源块星座图对应的星座矩阵  $S$  的设计步骤如下。

1) 当  $d_f$  为奇数时，令  $\alpha = 2\beta = 2d_f$

**步骤 1** 根据子星座图星座点个数  $M$ ，得到星座向量  $s_1$  为

$$s_1 = [s_{1,1}, \dots, s_{m,1}, \dots, s_{M,1}]^T$$

$$s_{m,1} = (M+1-2m)R, R=0.5 \quad (3)$$

**步骤 2** 构建相位旋转矩阵  $U \in \mathbb{C}^{\beta \times \beta}$  为

$$U = \text{diag}(e^{i\theta_1}, \dots, e^{i\theta_n}, \dots, e^{i\theta_\beta})$$

$$\theta_n = (n-1) \frac{2\pi}{\alpha} \quad (4)$$

其中， $i$  为虚数单位。

**步骤 3** 将星座向量  $s_1$  分别旋转  $\theta_2, \dots, \theta_{d_f}$  得到  $s_2, \dots, s_{d_f}$ ，从而得到  $d_f$  为奇数时的星座矩阵  $S = [s_1, s_2, \dots, s_{d_f}]$ ，其中， $S = [r_1, \dots, r_i, \dots, r_{d_f}]U$ ，对于  $\forall i$ ， $r_i = s_1$ 。此时，资源块星座图的归一化最小欧氏距离为

$$\delta = \frac{d_{\min}}{\sqrt{E_{\text{avg}}}} = \sqrt{\frac{2R^2(1-\cos\theta_2)}{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|s_{m,1}\|^2}} \quad (5)$$

2) 当  $d_f$  为偶数时，令  $\alpha = 2\beta = d_f$

**步骤 1** 根据子星座图星座点个数  $M$ ，得到星座向量  $s_1$  和  $s_2$  分别为

$$s_1 = [s_{1,1}, \dots, s_{m,1}, \dots, s_{M,1}]^T$$

$$s_2 = [s_{1,2}, \dots, s_{m,2}, \dots, s_{M,2}]^T$$

$$s_{m,1} = (M+1-2m)R, R=0.5$$

$$s_{m,2} = (M+1-2m)R' \quad (6)$$

**步骤 2** 构建相位旋转矩阵  $U, U' \in \mathbb{C}^{\beta \times \beta}$  为

$$U = \text{diag}(e^{i\theta_1}, \dots, e^{i\theta_n}, \dots, e^{i\theta_\beta})$$

$$U' = \text{diag}(e^{i\theta'_1}, \dots, e^{i\theta'_n}, \dots, e^{i\theta'_\beta})$$

$$\theta_n = (n-1) \cdot \frac{2\pi}{\alpha}, \theta'_n = \theta_n + \frac{\pi}{\alpha} \quad (7)$$

**步骤 3** 将星座向量  $s_l$  按照下标分为两组：奇数组记为矩阵  $Z_1 = [s_1, s_3, \dots, s_{d_f-1}] \in \mathbb{C}^{M \times \frac{d_f}{2}}$ ，偶数组记为矩阵  $Z_2 = [s_2, s_4, \dots, s_{d_f}] \in \mathbb{C}^{M \times \frac{d_f}{2}}$ 。将星座向量  $s_1$  分别旋转  $\theta_2, \dots, \theta_{\frac{d_f}{2}}$  得到  $s_3, \dots, s_{d_f-1}$ ，从而得到  $Z_1$ ，

可表示为  $Z_1 = [r_1, \dots, r_i, \dots, r_{\frac{d_f}{2}}]U$ ，其中，对于  $\forall i$ ， $r_i = s_1$ ；将星座向量  $s_2$  分别旋转  $\theta'_2, \dots, \theta'_{\frac{d_f}{2}}$  得到  $s_4, \dots, s_{d_f}$ ，从而得到  $Z_2$ ，可表示为

$$Z_2 = [r'_1, \dots, r'_i, \dots, r'_{\frac{d_f}{2}}]U'$$

其中，对于  $\forall i$ ， $r'_i = s_2$ 。

**步骤 4** 结合  $Z_1$  和  $Z_2$ ，便得到  $d_f$  为偶数时的星座矩阵  $S = [s_1, s_2, \dots, s_{d_f}]$ 。此时，资源块星座图的归一化最小欧氏距离为

$$\delta = \frac{d_{\min}}{\sqrt{E_{\text{avg}}}} = \sqrt{\frac{2R^2(1-\cos\theta_2)}{\frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M (\|s_{m,1}\|^2 + \|s_{m,2}\|^2)}} \quad (8)$$

其中， $d_f$  为偶数时，步骤 1 中  $R'$  按以下规则确定：取  $Z_1$  中靠近坐标原点且相邻的两星座点 a 和 b；另取  $Z_2$  中相位在星座点 a 和 b 之间且靠近坐标原点的星座点 c；当星座点 a、b、c 三者等距时，星座点 c 到坐标原点的距离就是  $R'$ 。 $R'$  取值原理如图 4 所示，虚线代表距离相等。这样定义  $R'$  是为了最大化不同子星座图上最内侧星座点之间的欧氏距离。

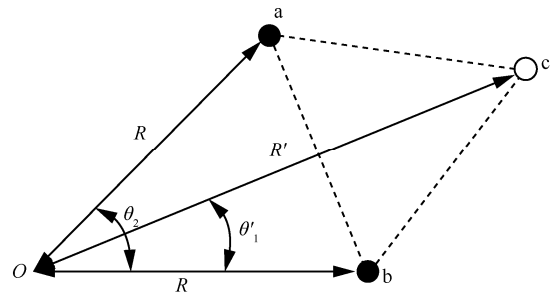


图4  $R'$  取值示意

按照上述资源块星座图设计步骤，在  $d_f = 3$ 、 $M = 4$  和  $d_f = 4$ 、 $M = 4$  时得到的资源块星座图分别如图 5(a)和图 5(b)所示。从图 5(a)和图 5(b)可以看到，按本文方法得到的资源块星座图在子星座图形状确定的前提下，最大化了不同子星座图上最内侧星座点之间的欧氏距离，进而最大化了资源块星座图星座点之间的最小欧氏距离。

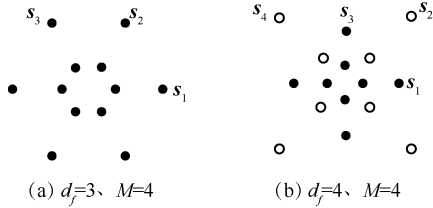


图 5 资源块星座图示意

### 3.2 构建生成矩阵

生成矩阵  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{K \times JM}$  是一种体现资源块星座图上  $d_f$  个子星座图的星座向量  $\mathbf{s}_l (l=1, 2, \dots, d_f)$  到用户码本映射关系的矩阵。在基于多维母星座图的码本设计方法中，结合因子图矩阵  $\mathbf{F}$ ，将各用户星座图上的星座点映射为稀疏向量就得到了用户码字。受这一构思启发，依靠因子图矩阵  $\mathbf{F}$ ，同样可以完成子星座图的星座向量  $\mathbf{s}_l$  到用户码本的映射，即得到生成矩阵  $\mathbf{G}$ 。生成矩阵  $\mathbf{G}$  的构建规则为

$$[\mathbf{G}_{k,(j-1)M+1}, \dots, \mathbf{G}_{k,jM}] = \begin{cases} \mathbf{s}_l^T (l=1, \dots, d_f), \mathbf{F}_{k,j} = 1 \\ \mathbf{0}^T, \mathbf{F}_{k,j} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中， $(\mathbf{G}_{k,(j-1)M+1}, \dots, \mathbf{G}_{k,jM})^T$  是生成矩阵  $\mathbf{G}$  第  $k$  行、第  $(j-1)M+1$  列到第  $jM$  列的  $M$  个元素， $\mathbf{F}_{k,j}$  是因子图矩阵  $\mathbf{F}$  第  $k$  行、第  $j$  列的元素。式(9)的含义为：对应于因子图矩阵  $\mathbf{F}$  第  $k$  行、第  $j$  列为 1 的位置，将子星座图的星座向量  $\mathbf{s}_l (l=1, \dots, d_f)$  按照一定的规则放置在生成矩阵  $\mathbf{G}$  的第  $k$  行、第  $(j-1)M+1$  列到第  $jM$  列中，而其余位置以 0 填充便得到了生成矩阵  $\mathbf{G}$ 。子星座图的星座向量  $\mathbf{s}_l$  在生成矩阵  $\mathbf{G}$  中的放置规则，可以采用拉丁矩形<sup>[4]</sup>顺序，简称为拉丁顺序。对于一个给定的正规因子图矩阵结构，拉丁顺序因其最大化最小编码距离属性而优于随机顺序<sup>[4]</sup>。结合拉丁顺序，子星座图的星座向量  $\mathbf{s}_l$  在生成矩阵  $\mathbf{G}$  中的放置规则描述如下。

- 1) 在生成矩阵  $\mathbf{G}$  中，星座向量所在行不存在相同的星座向量  $\mathbf{s}_l$ 。
- 2) 在生成矩阵  $\mathbf{G}$  中，星座向量所在  $M$  列不存

在相同的星座向量  $\mathbf{s}_l$ 。

结合图 2 所示的因子图矩阵  $\mathbf{F}$ ，一种满足上述规则的生成矩阵  $\mathbf{G}$  可以表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{s}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{s}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_3 \\ \mathbf{s}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{s}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

其中， $\mathbf{0} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  为全 0 列向量。

### 3.3 生成用户码本

由 2.2 节可知，SCMA 码本设计的目标是得到  $J$  个用户对应的分别包含  $M$  个  $K$  维码字的码本。令生成矩阵  $\mathbf{G} = [\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_J] \in \mathbb{C}^{K \times JM}$ ，其中，对于  $\forall j$ ， $\mathbf{H}_j \in \mathbb{C}^{K \times M}$ ，则矩阵  $\mathbf{H}_j$  与用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j \in \mathbb{C}^{K \times M}$  在结构上完全相同。从直观上看，可以将矩阵  $\mathbf{H}_j$  作为用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j$ 。文献[10]提到，通过重排码本非 0 偶数维度（即除去全 0 维度后仍为偶数的维度）元素的顺序，可以增大码字间的最小欧氏距离，进而使用户码本具有更好的性能。因此，在本文的设计中，将经过重排之后的矩阵  $\mathbf{H}_j$  作为用户  $j$  的码本  $\mathbf{B}_j$ 。以式 (10) 所示生成矩阵  $\mathbf{G}$  的

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= [\mathbf{0} \quad \mathbf{s}_3 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{s}_1]^T \\ \mathbf{s}_1 &= [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4]^T \\ \mathbf{s}'_1 &= [\mathbf{v}_3, -\mathbf{v}_4, -\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2]^T \end{aligned} \quad (11)$$

其中， $\mathbf{s}_1 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  为  $\mathbf{H}_j$  除去全 0 维度后的第二维度， $\mathbf{s}'_1 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  为  $\mathbf{s}_1$  经重排后的结果。 $\mathbf{v}_i = [s_{\frac{(i-1)M}{4}+1}, \dots, s_{\frac{iM}{4}-1}]$ ， $i=1, \dots, 4$ ， $s_{n,1}$  为星座向量  $\mathbf{s}_1$  的第  $n$  个元素。

重排的过程就是按式(11)所示规则将  $\mathbf{s}_l$  的元素等分为 4 组，经取负和重新排序后放入  $\mathbf{s}'_l$  中。因此，生成矩阵  $\mathbf{G}$  中的矩阵  $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_J$  经过重排操作后就能得到各用户的码本  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_J$ 。经过重排操作后，式(10)所示生成矩阵  $\mathbf{G}$  可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{s}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{s}'_1 \\ \mathbf{s}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{s}'_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}'_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}'_3 \\ \mathbf{s}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{s}'_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}'_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

### 3.4 用户码本生成举例

本节将给出基于资源块星座图的码本设计流程和生成的用户码本的具体例子。码本设计参数为  $J=6$ 、 $K=4$ 、 $d_f=3$ 、 $M=4$ 。因子图矩阵  $F$  如图 2 所示。首先，根据  $d_f=3$ 、 $M=4$  得到资源块星座图和子星座图，其中，子星座图对应的星座向量为  $s_1, s_2, s_3$ ，如图 5(a) 所示；然后，将星座向量  $s_1, s_2, s_3$  按照拉丁顺序映射到因子图矩阵  $F$  中，得到生成矩阵  $G$ ，如式(10)所示；最后，对生成矩阵  $G$  进行重排操作，得到用户码本  $B_1, B_2, \dots, B_6$ ，如式(12)所示。这里，给出用户 1 码本  $B_1$  的具体形式，如式(13)所示，同理可得其他用户码本。

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{1,3} & s_{2,3} & s_{3,3} & s_{4,3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{3,1} & -s_{4,1} & -s_{1,1} & s_{2,1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

## 4 仿真结果分析

本节将呈现所提基于资源块星座图的码本设计方案在加性高斯白噪声环境下的 BER 性能。本文方案将与文献[9]所提经典的码本设计方案（记为方案 A）比较。由于 SCMA 系统具有过载性，而文献[10]所提码本设计方案（记为方案 B）能够方便地构造不同过载条件（即不同用户数  $J$  和资源块数  $K$ ）下的码本，因此本文方案也将与方案 B 比较，从而验证本文方案的过载性能。方案 A 和方案 B 都是基于多维母星座图的码本设计方案。

因为 SCMA 系统存在  $K$  个资源块，所以对应存在  $K$  个资源块星座图的归一化最小欧氏距离  $\delta$ 。在本文方案中， $K$  个资源块星座图都相同，因此  $K$  个  $\delta$  都相同。在方案 A 和方案 B 中， $K$  个资源块星座图不完全相同。为方便比较，方案 A 和方案 B 的  $\delta$  取  $K$  个值中的最小值。SCMA 系统的过载方式有 2 种：总用户数  $J$  和资源块数  $K$  增加，各资源块上承载的用户数  $d_f$  保持不变或增大。下面，将分别展现 2 种过载方式下的仿真结果。所提误比特率

$BER = \frac{\sum_{j=1}^J n_j}{J \times n}$ ，其中， $n$  为每个用户的传输比特数， $n_j$  为用户  $j$  的误比特数。用户传输比特到用户码字的映射方式为格雷映射。

### 4.1 本文方案与方案 A 的 BER 性能比较

本文方案与方案 A 的仿真参数如表 1 所示。

表 1 本文方案与方案 A 的仿真参数

参数	取值
$N$	2
$K$	4
$J$	6
$M$	4
$d_f$	3
$F$	图 2

本文方案与方案 A 的 BER 性能比较如图 6 所示。随着信噪比的增大，本文方案的 BER 性能较方案 A 提升的程度不断增大。当  $BER=10^{-4}$  时，本文方案较方案 A 的信噪比可改善 2.1 dB。经计算，本文方案的  $\delta$  为 0.447 2，而方案 A 的  $\delta$  为 0.240 0。因此，BER 性能的改善来自本文方案拥有大的资源块星座图星座点之间的最小欧氏距离。

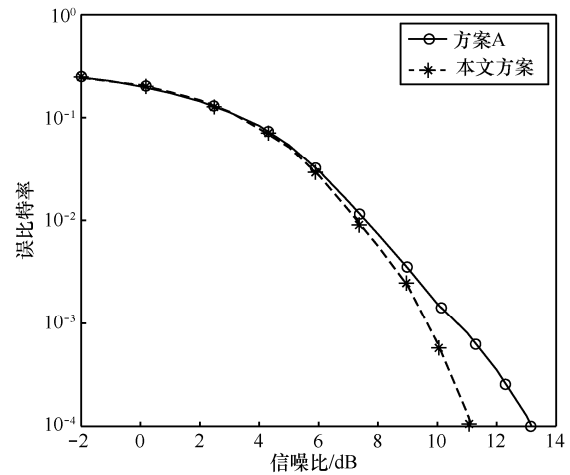


图 6 本文方案与方案 A 的 BER 性能比较

### 4.2 本文方案与方案 B 在不同过载条件下的 BER 性能比较

本节将呈现不同过载条件下，各资源块上承载的用户数  $d_f$  保持不变和增大时，本文方案与方案 B 的 BER 性能比较。当仿真参数如表 2 所示时，本文方案与方案 B 的 BER 性能比较如图 7 所示， $K=6$ 、 $J=9$  时的因子图矩阵如图 8 所示。当仿真参数如表 3 所示时，本文方案与方案 B 的 BER 性能比较如图 9 所示， $K=6$ 、 $J=8$  时的因子图矩阵如图 10 所示。

表 2 不同过载条件下,  $d_f$  不变时的仿真参数

参数	取值 1	取值 2
$N$	2	2
$K$	4	6
$J$	6	9
$M$	4	4
$d_f$	3	3
$F$	图 2	图 8

表 3 不同过载条件下,  $d_f$  增大时的仿真参数

参数	取值 1	取值 2
$N$	2	3
$K$	4	6
$J$	6	8
$M$	4	4
$d_f$	3	4
$F$	图 2	图 10

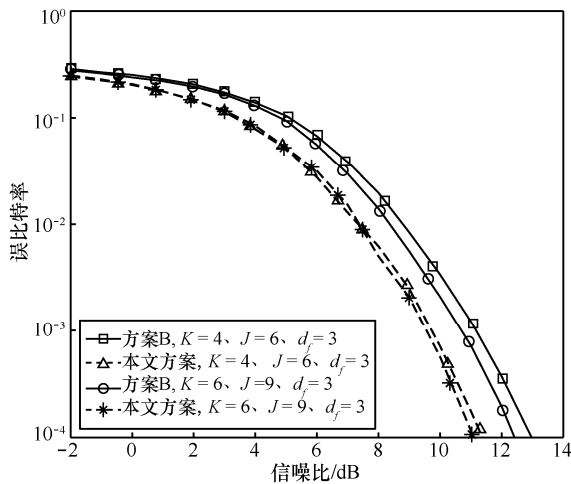


图 7 不同过载条件下,  $d_f$  不变时本文方案与方案 B 的 BER 性能比较

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

图 8  $K=6, J=9$  时的因子图矩阵

由图 7 可知, 当  $BER=10^{-4}$  时, 对于  $K=4, J=6$  和  $K=6, J=9$  时的情况, 较之方案 B, 本文方案信噪比可分别改善 1.6 dB 和 1.4 dB。经计算, 2 种过载条件下, 本文方案的  $\delta$  都为 0.447 2, 而方案 B 的  $\delta$  都为 0.058 5, 提升了 0.388 7。因此, 2 种过载条件下本文方案的 BER 性能都较方案 B 要好。从图 7 还能观察到,  $K=6, J=9$  过载条件下 2 种方案的 BER 性能较  $K=4, J=6$  过载条件下要好。由于因子图矩阵表明了各用户对资源块的占用情况, 当增大总用户数  $J$  和资源块数  $K$  而保持  $d_f$  不变时, 因子图矩阵更加稀疏, 降低了用户之间的相互干扰, 进而提升了 SCMA 系统的性能。

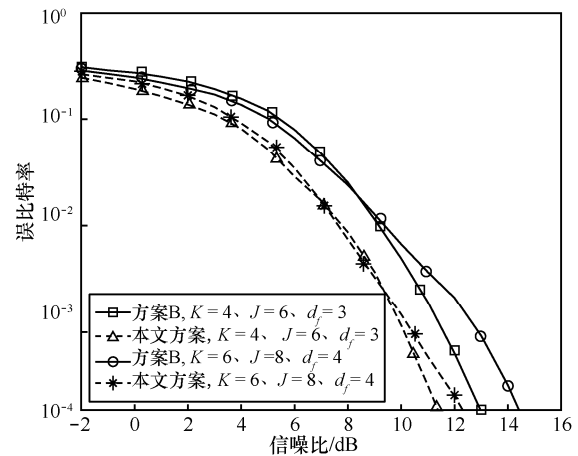


图 9 不同过载条件下,  $d_f$  增大时本文方案与方案 B 的 BER 性能比较

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

图 10  $K=6, J=8$  时的因子图矩阵

由图 9 可知, 当  $BER=10^{-4}$  时, 对于  $K=4, J=6$  和  $K=6, J=8$  时的情况, 较之方案 B, 本文方案信噪比可分别改善 1.6 dB 和 2.1 dB。经计算,  $K=4, J=6$  时, 本文方案和方案 B 的  $\delta$  分别为 0.447 2 和 0.058 5;  $K=6, J=8$  时, 本文方案和方案 B 的  $\delta$  分别为 0.411 2 和 0.116 8。由于拥有大的资源块星座图最小欧氏距离, 本文方案在 2 种过载条件下 BER 性能都较方案 B 要好。此外, 较之  $K=4, J=6$  时的情况, 本文方案在  $K=6, J=8$  时性能下降的程度较方案 B 要小。这是因为此时本文方案不但拥有大的资源块星座图最小欧氏距离, 而且子星座图包含对应位置上相位和幅值都有差异的星座点, 增大了用户发送信号之间的差异性, 使 MPA 算法具有更好的译码效果。

## 5 结束语

针对基于多维母星座图的 SCMA 码本设计方案中多维母星座图设计难度高且资源块星座图最小欧氏距离难以把控的缺点, 本文提出了一种基于资源块星座图的 SCMA 码本设计方案。首先设计一种最小欧氏距离经最大化后的资源块星座图, 然后按照拉丁顺序由资源块星座图上子星座图的星座向量得到生成矩阵, 最后通过生成矩阵且经重排操作得到用户码本。仿真结果表明, 本文方案因优化的资源块星座图最小欧氏距离, 在不同过载条件下都优于基于多维母星座图的 SCMA 码本设计方案。特别是对于文献[9]提出的经典的基于多维母星座图的码本设计方案来说, 本文方案性能提升了 2.1 dB。因此, 本文方案是一种性能较好的 SCMA 码本设计方案。

### 参考文献:

- [1] 张平, 陶运铮, 张治. 5G 若干关键技术评述[J]. 通信学报, 2016, 37(7): 15-29.  
ZHANG P, TAO Y Z, ZHANG Z. Survey of several key technologies for 5G[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 15-29.
- [2] DAI L, WANG B, YUAN Y, et al. Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities, and future research trends[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(9): 74-81.
- [3] CHEN Y, BAYESTEH A, WU Y, et al. SCMA: a promising non-orthogonal multiple access technology for 5G networks[C]//IEEE Vehicular Technology Conference. 2016: 1-6.
- [4] BEEK J V D, POPOVIC B M. Multiple access with low-density signatures[C]//IEEE Global Telecommunications Conference. 2009: 1-6.
- [5] HOSHYAR R, RAZAVI R, AL-IMARI M. LDS-OFDM an efficient multiple access technique[C]//IEEE vehicular technology conference. 2010: 1-5.
- [6] HOSHYAR R, WATHAN F P, TAFAZOLLI R. Novel low-density signature for synchronous CDMA systems over AWGN channel[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(4): 1616-1626.
- [7] NIKOPOUR H, BALIGH H. Sparse code multiple access[C]//IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications. 2013: 332-336.
- [8] 杜洋, 董彬虹, 王显俊, 等. 基于串行策略的 SCMA 多用户检测算法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(8): 1888-1893.  
DU Y, DONG B H, WANG X J, et al. Multiuser detection scheme for SCMA systems based on serial strategy[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(8): 1888-1893.
- [9] TAHERZADEH M, NIKOPOUR H, BAYESTECH A, et al. SCMA codebook design[C]//IEEE Vehicular Technology Conference. 2014: 14-17.
- [10] CAI D, FAN P, LEI X, et al. Multi-dimensional SCMA codebook

design based on constellation rotation and interleaving[C]//IEEE Vehicular Technology Conference. 2016: 1-5.

- [11] YU L, LEI X, FAN P, et al. An optimized design of SCMA codebook based on star-QAM signaling constellations[C]//International Conference on Wireless Communications & Signal Processing. 2015: 1-5.
- [12] ALAM M, ZHANG Q. Performance study of SCMA codebook design[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference. 2017: 1-5.
- [13] KSCHISCHANG F R, FREY B J, LOELIGER H. Factor graphs and the sum-product algorithm[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 498-519.
- [14] 杨维, 侯健琦, 赵懿伟. 基于串行的 SCMA 低复杂度多用户检测算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2018, 46(2): 106-111.  
YANG W, HOU J Q, ZHAO Y W. Serial based low complexity multiuser detection algorithm for SCMA system[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science Edition), 2018, 46(2): 106-111.
- [15] 杨维, 赵懿伟, 侯健琦. 一种改进基于门限的稀疏码多址接入低复杂度多用户检测算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(5): 1044-1049.  
YANG W, ZHAO Y W, HOU J Q. An improved threshold-based low complexity multiuser detection scheme for sparse code multiple access system[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2018, 40(5): 1044-1049.
- [16] BEKO M, RUI D. Designing good multi-dimensional constellations[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2012, 1(3): 221-224.

### [作者简介]



邵小桃 (1965-), 女, 陕西西安人, 北京交通大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为电磁场与微波技术和无线通信技术。



郭鸣坤 (1995-), 男, 湖南益阳人, 北京交通大学硕士生, 主要研究方向为面向第五代移动通信的新型多址接入技术。



杨维 (1964-), 男, 北京人, 博士, 北京交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为宽带移动通信系统与专用移动通信。